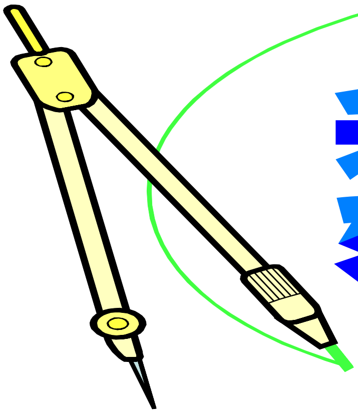
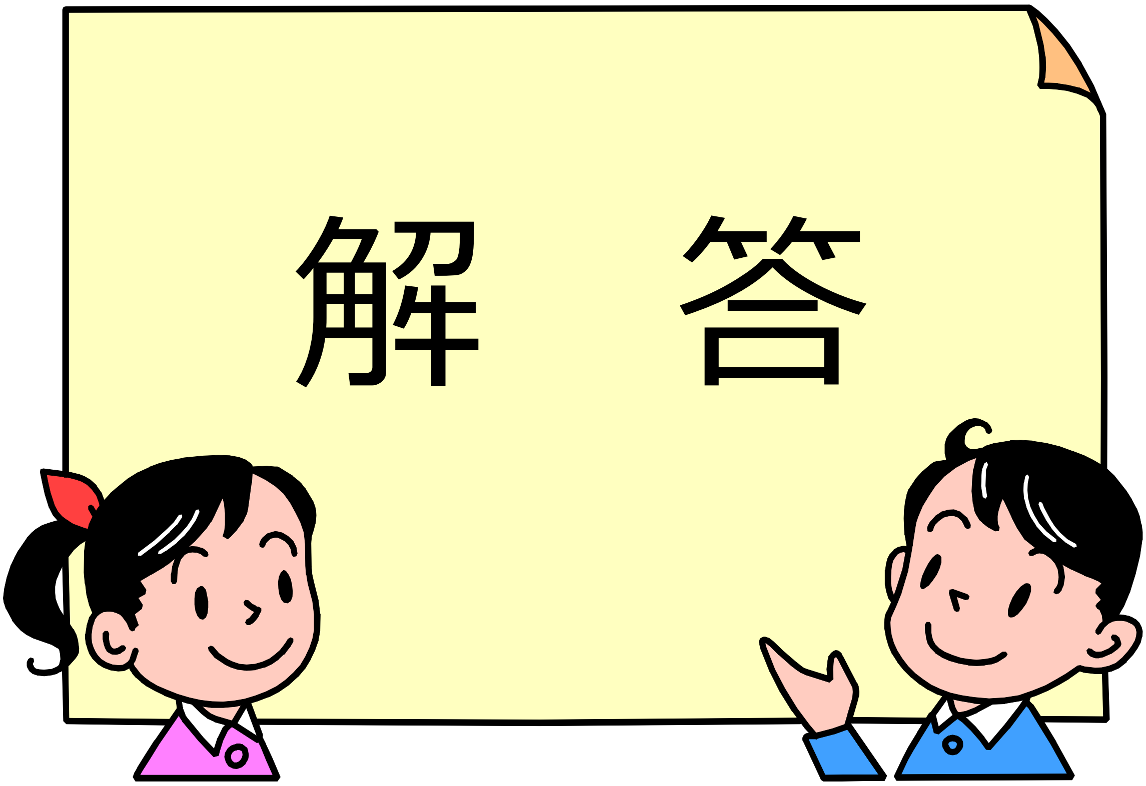


数学

高校入試（過去 10 年分）

大問 5



解答欄

1	ア	12	イ	8	ウ	$\frac{16}{3}$	エ	④	オ	$6\sqrt{7}$

2

(式と計算)

正八面体の体積は,

$$2\times\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=72\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^3)$$ だから,

この正八面体の体積の $\frac{1}{6}$ は, $12\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^3)$ である。

底面積となる△PFQ の面積は,

$$6^2-\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2}\times6\times(6-t)-\frac{1}{2}\times6\times(6-t)$$

$$=-\frac{1}{2}t^2+6t\ \ (\mathrm{cm}^2)$$

体積の関係から, t についての方程式をつくると,

$$\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}t^2+6t\right)\times3\sqrt{2}=12\sqrt{2}$$

$$t^2-12t+24=0$$

解の公式より

$$t=\frac{12\pm4\sqrt{3}}{2}$$

$$=6\pm2\sqrt{3}$$

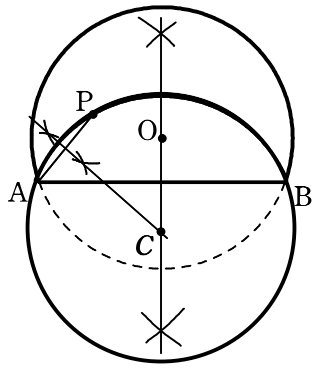
$0\leqq t\leqq6$ より

$$t=6-2\sqrt{3}$$

（答）　$6-2\sqrt{3}$　（秒後）

解答欄

1



2

(1)	150　(度)	
(2)	π　(cm)	

(3)

ア	イ	ウ
$/\!/$	$\triangle$OQS	$\triangle$SBQ

エ

$$\triangle RBQ = \triangle SBQ = \frac{1}{2} \times QS \times BT$$

②より QS$=6$(cm)

②, ③ より，$\triangle$OQT は 3 つの角が 30°, 60°, 90° の直角三角形であるから

$$OT = \frac{\sqrt{3}}{2}OQ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$$

これより，OB$=6$(cm) であるから

$$BT = OB - OT = 6 - 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$$

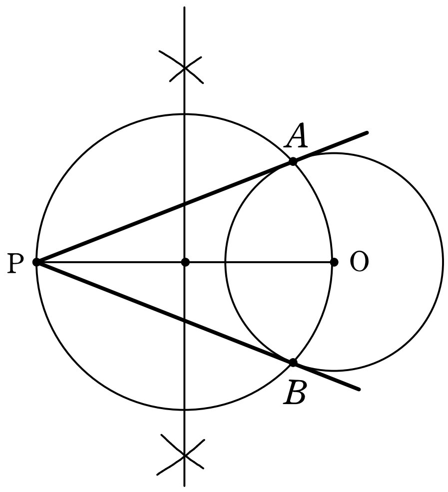
よって，$\triangle RBQ = \dfrac{1}{2} \times 6 \times (6 - 3\sqrt{3})$

$$= 18 - 9\sqrt{3}$$

(答)　$18 - 9\sqrt{3}$ (cm^2)

解答欄

1



2

(1) $2\sqrt{3}$ (cm)

(2) $3\sqrt{3}$ (cm^2)

(3)

(利用する立体の名称)

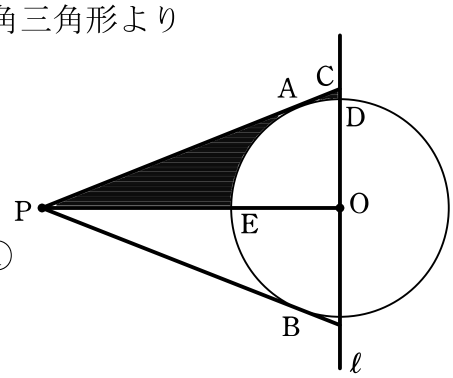
円すい，半球（半球は球でも可）

(求め方や計算)

求める体積は，△ POC を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる円すいの体積から，中心角 90° のおうぎ形 ODE を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる半球の体積を引いたものである。

△ POC は，3 つの角が 30°，60°，90° の直角三角形より

$$OC=\frac{1}{\sqrt{3}}OP=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\ (\mathrm{cm})$$



円すいの体積は

$$\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 4^2\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{64\sqrt{3}}{9}\pi\ (\mathrm{cm}^3)\quad\cdots①$$

半球の体積は

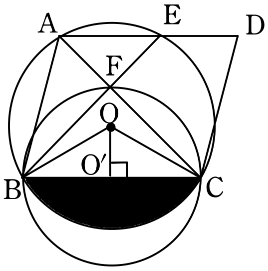
$$\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 2^3\cdot\frac{1}{2}=\frac{16}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)\quad\cdots②$$

①，②より

$$\frac{64\sqrt{3}}{9}\pi-\frac{16}{3}\pi=\frac{64\sqrt{3}-48}{9}\pi$$

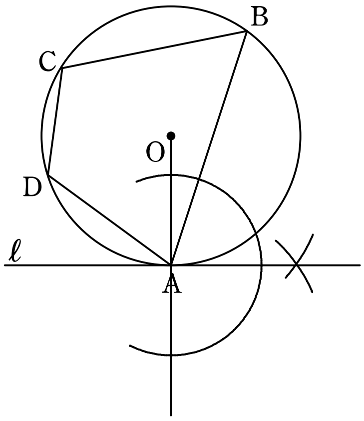
(答)　$\frac{64\sqrt{3}-48}{9}\pi$ (cm^3)

解答欄

1		60　(度)
2		(証明) $\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから $\angle AEF = \angle BCF$　…① 平行線の錯角は等しいから $\angle AEF = \angle CBF$　…② ①, ② より　$\angle BCF = \angle CBF$ 底角が等しいから，△BCF は二等辺三角形 また，AC ⊥ BE より $\angle BFC = 90°$ よって，△BCF は直角二等辺三角形である。
3	(1)	2　(cm)
	(2)	(求め方や計算)  3 点 B, C, F を通る円を O′ とする。 △BCF が $\angle BFC = 90°$ の直角二等辺三角形より， 円 O′ の中心は，辺 BC の中点であるから， 円 O′ の半径は，$\frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$ (cm) 2 つの円 O, O′ が重なる部分は，点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ と 弦 BC で囲まれた部分と，円 O′ の上半分部分を合わせたものである。 △OBC は二等辺三角形で，$\angle BOC = 2\angle BAC = 120°$ また，OO′ ⊥ BC であるから，△OBO′ において $\angle BOO' = 60°$ よって △OBO′ は 3 つの角が 30°, 60°, 90° の直角三角形より $OO' = \frac{1}{\sqrt{3}}BO' = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 1$ (cm) 円 O の半径は 2(cm) より， 点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ と弦 BC で囲まれた部分の面積は (おうぎ形 OBC) − △OBC $= \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1$ $= \frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ (cm²)　…① 円 O′ の上半分部分の面積は，$\pi(\sqrt{3})^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\pi$ (cm²)　…② ①, ② より，$\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3} + \frac{3}{2}\pi = \frac{17\pi - 6\sqrt{3}}{6}$ (cm²) 答　$\frac{17\pi - 6\sqrt{3}}{6}$ (cm²)

解答欄

1



2

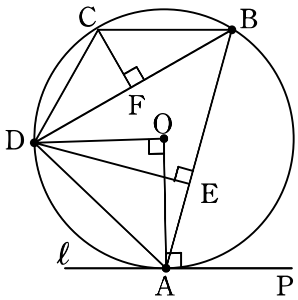
(1)	30　(度)	(2)	$4\sqrt{2}$　(cm)

(3)

(求め方や計算)

△ODA は直角二等辺三角形で，$\angle OAB = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ より，

$\angle DAB = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$



よって，$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角と中心角の関係から，

$$\angle BCD = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 60^\circ \times 2) = 120^\circ$$

点 D から辺 AB に垂線 DE をひくと，△DAE は 3 つの角が 30°, 60°, 90° の直角三角形になるので，

$$AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

$$DE = \frac{\sqrt{3}}{2}AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{6}\ (\text{cm})$$

△DEB は直角二等辺三角形になるので，

$DE = EB = 2\sqrt{6}$ (cm)，　$BD = \sqrt{2}\,DE = \sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{3}$ (cm)

△BCD は $\angle CDB = \angle CBD = 30^\circ$ の二等辺三角形であるから，点 C から対角線 BD に垂線 CF をひくと，△BCF は 3 つの角が 30°, 60°, 90° の直角三角形になるので，

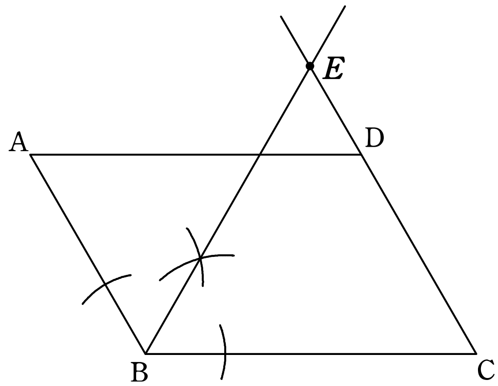
$$CF = \frac{1}{\sqrt{3}}BF = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\ (\text{cm})$$

(四角形 ABCD の面積)＝△DAE＋△DEB＋△BCD より，

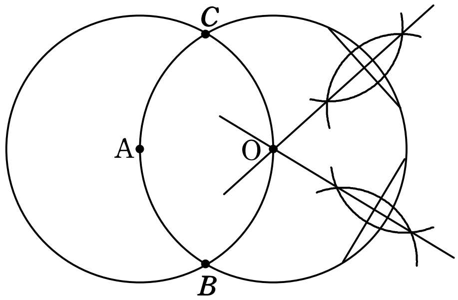
$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} + \frac{1}{2} \times (2\sqrt{6})^2 + \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 12 + 8\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

答　$12 + 8\sqrt{3}$ (cm^2)

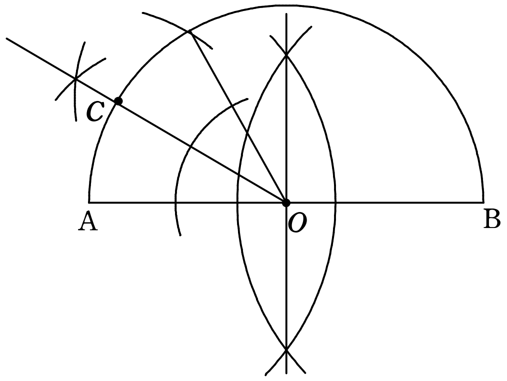
解答欄

<table>
<tr><td>1</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="4">(記号)　イ
(理由)
線分 BE は∠ABC の二等分線より　∠EBC＝60°
四角形 ABCD は平行四辺形より　∠BCE＝60°
よって，∠BEC＝60° となり，3 つの角の大きさがすべて等しいから。</td></tr>
<tr><td>3</td><td>(1)</td><td>$\frac{9\sqrt{3}}{4}$　(cm^2)</td><td>(2)</td><td>$\frac{14}{3}$　(倍)</td></tr>
</table>

解答欄

1		54　（度）
2	(1)	
	(2)	$9\sqrt{3}$　（cm^2）
3		（AR：RQ＝）18：25

解答欄

1	(1)	
	(2)	150　(度)
2	(1)	$2-\sqrt{2}$　(cm)
	(2)	$\dfrac{6\sqrt{2}-4-\pi}{8}$　(cm^2)

解答欄

1	31　(度)
2	△CAB　と　△DAB
3	(証明) △ABD と△AEC において $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$ であるから ∠BAD＝∠EAC　　……① $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから ∠ADB＝∠ACE　　……② ①,②より 2 組の角がそれぞれ等しいから △ABD∽△AEC
4	$2\sqrt{11}$　(cm)

解答欄

1	34　(度)	
2	(証明) △EPF と△CEG において 四角形 ABCD は正方形であるから $\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 仮定より　AB∥FG 平行線の同位角は等しいから $\angle PFE = \angle DAB = 90°$　……① $\angle EGC = \angle ABC = 90°$　……② ①, ② より　$\angle PFE = \angle EGC = 90°$　……③ $\angle PFE = 90°$ であるから $\angle FEP + \angle EPF = 90°$　……④ $\angle PEC = 90°$ であるから $\angle FEP + \angle CEG = 90°$　……⑤ ④, ⑤より　$\angle EPF = \angle CEG$　……⑥ ③, ⑥より　2 組の角がそれぞれ等しいから △EPF∽△CEG	
3	(1)　$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$　(cm)	(2)　$\dfrac{16\sqrt{3}}{5}$　(cm^2)